# Desigualdades

**Aprenderé a:** expresar información por medio de desigualdades.

**Repaso**

1. **¿Qué significa el signo <? Da un ejemplo.**
2. **Escribe 3 números enteros que superen a –4.**

Un grupo de estudiantes investiga la temperatura mínima y la máxima registrada en un día en Concepción, lo registran en la siguiente imagen.


- Utiliza alguno de los signos <, >, ⩽ o ⩾ para representar la relación de orden que hay entre los números correspondientes a las temperaturas mínima y máxima.
- Si ese día, a las 10 de la mañana la temperatura registrada era $t$, utiliza algunos de los signos <, >, ⩽ o ⩾ para representar la relación de orden que hay entre $t$ y las temperaturas mínima y máxima.

En la vida diaria hay situaciones en las que se comparan cantidades que no necesariamente son iguales; por ejemplo, en el problema anterior, las temperaturas mínima y máxima no son iguales, o la temperatura registrada a las 10 de la mañana no es igual a la mínima ni tampoco a la máxima, sino que se encuentra entre ellas.

Las expresiones matemáticas que escribiste en el problema anterior se llaman **desigualdades** y las puedes utilizar para indicar que cierta cantidad es mayor, menor, mayor o igual, o menor o igual que otra. Para escribir una desigualdad puedes utilizar alguno de los signos >, <, ⩾ o ⩽, respectivamente.

**Atención**

Dados dos números reales $a$ y $b$, se cumple una y solo una de las siguientes relaciones:

$a < b$ $\quad a = b$ $\quad a > b$

A esta propiedad se le llama propiedad de **tricotomía**.

## ¿Cómo hacerlo?

**Representa las siguientes situaciones utilizando una desigualdad.**

- El precio de la entrada supera los $ 3 500.

Si llamamos $p$ al precio de la entrada, tenemos que $p$ debe ser mayor que $ 3 500, por lo tanto $p > 3\,500$.

- La ganancia de Pedro por su trabajo no fue menor que $ 12 000.

Si la ganancia de Pedro no fue menor que $ 12 000, significa que fue igual o mayor que ese valor. Luego, llamando $g$ a la ganancia, nos queda $g \geqslant 12\,000$.

## ¿Cómo hacerlo?

**¿Es correcta la desigualdad $(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2$?**

La desigualdad anterior se puede verificar calculando el valor en cada lado, es decir:

$(3 - 1)^2 < 3^2 - 1^2$ Realizamos las operaciones a ambos lados de la desigualdad.

$2^2 < 9 - 1$

$4 < 8$

Por lo tanto, la desigualdad es verdadera.

## Tomo nota

- Se denomina **desigualdad** a toda relación de orden que se establece entre números reales u otras expresiones matemáticas, mediante la comparación "menor que" (<), "menor o igual que" ($\leqslant$), "mayor que" (>) o "mayor o igual que" ($\geqslant$).
- Una desigualdad es verdadera si la relación establecida se cumple. Para verificarla, se puede calcular el valor de las expresiones a ambos lados de la desigualdad, si fuera necesario.

# Actividades

1. **Expresa la información de las siguientes situaciones utilizando desigualdades.**
   a. Para un índice de radiación ultravioleta igual a 10, las personas de piel más sensible (aquellas que se queman con facilidad) no deben exponerse al sol sin protección más de 18 minutos.
   b. Una recomendación general es utilizar un protector solar con factor de protección 15 o mayor.
   c. CONEXIÓN CON EL MEDIOAMBIENTE ▶ Se considera que la calidad del aire es "regular" si el índice de calidad del aire por material particulado (ICAP) es superior a 100 y menor o igual a 200.
   d. CONEXIÓN CON LA MEDICINA ▶ En un examen que mide la cantidad de glucosa en la sangre de una persona adulta, se consideran normales los valores que van de 64 a 110 mg/dL (miligramos por decilitro).
   e. La nota $n$ de Pedro no alcanzó el 6,0.
   f. CONEXIÓN CON LA FÍSICA ▶ La longitud de onda de la luz visible es superior a 380 nm y menor o igual a 780 nm.

2. **Inventa una situación que se pueda modelar con cada una de las siguientes desigualdades.**
   a. $r < 6$
   b. $230 \geqslant s$
   c. $p \leqslant 5{,}5$
   d. $3l > 2\,500$
   e. $a + b < 132$
   f. $m < n - 15$

3. **Determina si las siguientes desigualdades son verdaderas o falsas.**
   a. $108 \cdot 544 < 32 \cdot 51 \cdot 36$
   b. $(100 + 23) \cdot (100 - 23) \leqslant 2 \cdot 100^2 + 4\,600$
   c. $t^6 + 12 \geqslant 0$, con $t = -1$.
   d. $\dfrac{(7+2)^2}{2^2} \geqslant 7$
   e. $\dfrac{2 \cdot 3 \cdot 5}{3 + 5} < \sqrt{3 \cdot 5}$
   f. $\dfrac{1{,}08 + 0{,}03}{0{,}001} < 1$
   g. $(-193)^2 \geqslant 193^2$

4. **Estima el valor de las raíces y determina cuáles de las siguientes desigualdades son verdaderas y cuáles son falsas. Justifica las falsas.**
   a. $2^3\sqrt{30} > 4\sqrt{2}$
   b. $\sqrt{144} < 5^3\sqrt{10}$
   c. $\dfrac{\sqrt[3]{125}}{8} < 1$
   d. $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} > \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

5. **En un triángulo, la medida de uno de sus lados es siempre menor que la suma de las medidas de los otros dos, y mayor que su diferencia. Expresa con una desigualdad el rango de valores posibles para la medida del tercer lado, si los otros dos miden 6 cm y 19 cm, respectivamente.**

No existe una única manera para definir un conjunto. Fíjate que el conjunto $A$ también se puede definir como: $A = \{x \in \mathbb{N} / x \leqslant 999\}$.

Como las desigualdades expresan relaciones entre los números, al definir conjuntos por comprensión resulta útil usar las desigualdades; por ejemplo, si queremos definir el conjunto de todos los números naturales menores que 1 000, resultará largo escribir dicho conjunto por extensión, de modo que lo podemos escribir por comprensión de la siguiente manera:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / x < 1\,000\}$$

En algunos casos, al definir un conjunto por comprensión podemos usar más de una desigualdad; por ejemplo, para expresar por comprensión el conjunto de todos los números enteros que se encuentran entre –4 y 7, ambos incluidos, podemos escribir:

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / -4 \leqslant x \leqslant 7\}$$

En el caso anterior, la expresión $-4 \leqslant x \leqslant 7$ es equivalente a escribir las desigualdades $-4 \leqslant x$ y $x \leqslant 7$.

## ¿Cómo hacerlo?

**Representa por comprensión el conjunto $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$.**

Si te fijas, los elementos del conjunto son números primos menores o iguales que 29. Luego, lo podemos definir por comprensión de la siguiente manera:

$B = \{x / x \text{ es primo} \wedge x \leqslant 29\}$

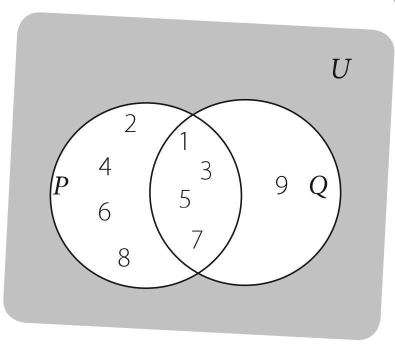
## ¿Cómo hacerlo?

**Representa por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leqslant 4\}$.**

Los elementos del conjunto $A$ son todos aquellos números enteros mayores que –5 y menores o iguales que 4. Luego, al definirlo por extensión nos queda:

$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

## ¿Cómo hacerlo?




**Dados los conjuntos $P = \{x \in \mathbb{N} / x \leqslant 8\}$ y $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, determina $P \cup Q$ y $P \cap Q$.**

Podemos definir el conjunto $P$ por extensión, ya que sus elementos son los números naturales menores o iguales que 8, es decir: $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Luego, $P \cup Q$ contiene a todos los elementos que están en $P$ o en $Q$, es decir: $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Por otra parte, $P \cap Q$ contiene a todos los elementos que están en $P$ y $Q$ simultáneamente, es decir: $P \cap Q = \{1, 3, 5, 7\}$

## Tomo nota

- También se pueden usar desigualdades para representar conjuntos por comprensión; por ejemplo:

tal que

$$P = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leqslant 8\}$$

$x$ pertenece al conjunto de los números naturales.

$x$ es mayor que 2 y menor o igual que 8.